A DIFUSÃO DE NEUTRONS EM MEIOS MODERADORES E MULTIPLICADORES COM UMA FONTE PERIÓDICA DE NEUTRONS — NOTA PREVIA

GERHARD JACOB

Publicação I E A — N.º **10**

1960

INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA
Caixa Postal 11049 (Pinheiros)
CIDADE UNIVERSITÁRIA "ARMANDO DE SALLES OLIVEIRA"
SÃO PAULO — BRASIL

A DIFUSÃO DE NEUTRONS EM MEIOS MODERADORES E MULTIPLICADORES COM UMA FONTE PERIODICA DE NEUTRONS - NOTA PREVIA+

GERHARD JACOB++

PUBLICAÇÃO I.E.A. - Nº 10

1960

+ Publicado nos Anais da Academia Brasileira de Ciências, 30, nº 3, 1958

++ Comissionado no I.E.A. pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade do Rio Grande do Sul, R.S.

A DIFUSÃO DE NEUTRONS EM MEIOS MODERADORES E MULTIPLICADORES
COM UMA FONTE PERIÓDICA DE NEUTRONS

Comunicação Prévia

GALLONE, ORSONI E SALVETTI (1950, 1951), em uma série de artigos, usaram métodos simbólicos de cálculo para estudar a difusão e a multiplicação de neutrons. Em particular, estudaram êles a distribuição espacial e temporal de neutrons térmicos em meios multiplicadores com diversos tipos de fontes de neutrons rápidos como, por exemplo, fonte instantânea e fonte constante agindo durante um tempo finito.

No presente trabalho é considerado o caso de uma fonte de neutrons rápidos punctiforme e de intensidade variando periòdicamente no tempo.

O método desenvolvido nos trabalhos citados acima consiste no seguinte: nas condições usuais da teoria da idade e da difusão, considerando apenas neutrons instantâneos de fissão, a equação para a densidade de neutrons térmicos num meio multiplicador com uma fonte externa de neutrons rápidos $S_o(r, t)$ pode ser escrita:

$$L^2 \nabla^2 \rho(\vec{r}, t) + \left\{ k\infty \exp\left[\tau \nabla^2\right] - 1 \right\} \rho(\vec{r}, t) + + p\, l_o \exp\left[\tau_o \nabla^2\right] S_o(r, t) = l_o \frac{\partial \rho(r, t)}{\partial t} \qquad (1)$$

em que L é o comprimento de difusão dos neutrons térmicos no meio, $\rho(\vec{r}, t)$ a densidade de neutrons térmicos, k_∞ o fator de multiplicação infinito, l_o a vida média dos neutrons no moderador puro, p a probabilidade de escape à ressonância e τ e τ_o são respectivamente, as idades dos neutrons de fissão e da fonte ex terna quando térmicos.

Desenvolvendo a densidade de neutrons e o têrmo de fonte em série de autofunções da equação de autovalores

$$\nabla^2 \varphi_n(\vec{r}) + \omega_n^2 \varphi_n(\vec{r}) = 0$$

relativamente à condição de contôrno $\left[\varphi_n(\vec{r})\right]_\sigma = 0$ (σ sendo o contôrno extrapolado do meio), isto é pondo

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) \quad \varphi_n(\vec{r}) \tag{2}$$

e

$$S_o(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(t) \quad \varphi_n(\vec{r}) \tag{3}$$

obtém-se, tendo em conta que as $\varphi_n(\vec{r})$ são usualmente reais:

$$\rho(\vec{r}, t) = p\, l_o \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_n(\nu) \exp\left[-\tau_o \omega_n^2\right] \varphi_n(\vec{r}) \exp\left[i \nu t\right]}{\phi(\omega_n) + i \nu l_o} d\nu \tag{4}$$

com

$$\phi(\omega_n) = 1 + \omega_n^2 L^2 - k_\infty \exp\left[-\tau \omega_n^2\right]$$

No caso particular de uma fonte externa punctiforme de intensidade oscilando no tempo com frequência ω a partir de $t = 0$, isto é, no caso em que

$$S_o(\vec{r}, t) = S_o\, \delta(r) \exp\left[i \omega t\right] H(t)$$

onde $\delta(\vec{r})$ é a função delta tridimensional de Dirac e $H(t)$ é a função de Heaviside como está definida em MORSE, P. M. E FESHBACH, H., 1953, a solução da equação (4) escreve-se como

$$\rho(\vec{r}, t) = p\, l_o\, S_o \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(0)\, \varphi_n(\vec{r}) \frac{\exp\left[-\tau_o \omega_n^2\right]}{\phi(\omega_n) + i \omega l_o} \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[i \omega t\right] - \exp\left[-\frac{\phi(\omega_n)}{l_o} t\right] \right\} \tag{5}$$

Se o meio for crítico, tem-se $\phi(\omega_o) = 0$ e $\phi(\omega_n) > 0$ para $n > 0$ (ω_o sendo o menor autovalor não nulo), de modo que todos os têrmos da solução (5) exceto o primeiro decrescem exponencialmente no tempo. Logo, depois de um tempo suficientemente grande para as harmônicas de ordem superior se extinguirem, a primeira harmônica escreve-se

$$\rho(\vec{r}, t) = (i\omega)^{-1} p\, S_o\, \varphi_o(0)\, \varphi_o(r) \exp -\left[\tau_o \omega_o^2\right]\left\{\exp\left[\, i\,\omega\, t\,\right] -1\right\} \tag{6}$$

No caso bem geral de uma fonte externa punctiforme de intensidade periódica no tempo, (com período T) acesa durante um tempo $\alpha T (0 < \alpha \leq 1)$ e apagada durante o restante do período $(1-\alpha)T$, temos

$$S_o(\vec{r}, t) = S_o\, \delta(\vec{r}) f(t) H(t)$$

com

$$f(t) = \frac{1}{2} c_o + \sum_{m=1}^{\infty}\left[c_m \cos m\,\omega\, t + d_m \operatorname{sen} m\,\omega\, t\right]$$

em que os coeficientes podem ser determinados na maneira usual.

A solução é, então:

$$\rho(\vec{r}, t) = (2\pi)\, p\, l_o\, S_o \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_o(0)\, \varphi_o(\vec{r}) \exp\left[-\tau_o \omega_n^2\right] X$$

$$X \left\{\frac{c_o}{2} u(\omega_n, t) + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m\, v_m(\omega_n, t) + d_m\, w_m(\omega_n, t))\right\} \tag{7}$$

com

$$u(\omega_n, t) = 2\pi \left[\phi(\omega_n)\right]^{-1}\left\{1 - \exp\left[-\frac{\phi(\omega_n)}{l_o} t\right]\right\};\quad v_m(\omega_n, t) =$$

$$= 2\pi \left[\phi^2(\omega_n) + m^2\, \omega^2\, l_o^2\right]^{-1/2} X$$

$$X \left\{\cos(m\,\omega\, t - \theta_{mn}) - \exp\left[-\frac{\phi(\omega_n)}{l_o} t\right] \cos\theta_{mn}\right\};\quad w_m(\omega_n, t) =$$

$$= 2\pi \left[\phi^2(\omega_n) + m^2\, \omega^2\, l_o^2\right]^{-1/2} X$$

$$X \left\{\sin(m\,\omega\, t - \theta_{mn}) + \exp\left[-\frac{\phi(\omega_n)}{l_o} t\right] \sin\theta_{mn}\right\};\quad \cos\theta_{mn} = \phi(\omega_n)\, X$$

$$X \left[\phi^2(\omega_n) + m^2\, \omega^2\, l_o^2\right]^{-1/2};\quad \sin\theta_{mn} = m\,\omega\, l_o \left[\phi^2(\omega_n) + m^2\, \omega^2\, l_o^2\right]^{-1/2}$$

No caso limite de criticalidade, tem-se

$$\rho(r, t) = p\ S_0\ \varphi_0(0)\ \varphi_0(r)\ \exp - \left[\tau_0 \omega_0^2\right] \left\{ \frac{c_0}{2}\ t + \right.$$
$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} (m\omega)^{-1} \left[c_m \sin m\omega t + d_m (1 - \cos m \omega t)\right]\right\} \qquad (8)$$

Os resultados obtidos podem, é claro, ser aplicados também a meios moderadores puros, bastando tomar $p = 1$ e $k_\infty = 0$.

Da análise do resultado obtido para um meio crítico, equação (8), pode-se chegar às seguintes conclusões:

A densidade de neutrons cresce de $t = 0$ a $t = \alpha T$, isto é, enquanto a fonte está acesa, e permanece constante durante o resto do período, isto é, enquanto a fonte está apagada; se o têrmo de fonte tem um máximo, a densidade de neutrons tem, correspondente, um ponto de inflexão. Essas conclusões podem também ser tiradas do fato de ser, para um meio crítico, em qualquer instante t, $\rho(t) = \int_0^t S_0(t')\, dt'$.

Por outro lado, para um meio subcrítico (e, em particular para um meio moderador puro), é $\rho(t) < \int_0^t S_0(t')\, dt'$ e, portanto, o crescimento da densidade de neutrons será mais lento, haverá um máximo à esquerda do ponto $t = \alpha T$ (pois para meio subcríticos a fuga de neutrons não é compensada pela produção de neutrons de fissão mais os da fonte externa) e depois do máximo, ao invés de a densidade de neutrons permanecer constante, decrescerá até um minimo, que será desprezível se o período for grande comparado com a vida média l_0 dos neutrons..

Em um trabalho posterior, será feita a análise do efeito dos neutrons atrazados de fissão sôbre os resultados obtidos.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são devidos ao PROF. MARCELLO DAMY DE SOUZA SANTOS, que primeiro sugeriu o estudo dêsse problema e ao PROF. PAULO SARAIVA DE TOLEDO, por sugestões valiosas e orientação constante. Também desejo agradecer ao PROF. DARCY DILLENBURG, por diversas discussões interessantes e ao SR. EDUARDO WILNER por sua ajuda nos cálculos numéricos.

RESUMO

O método simbólico de cálculo desenvolvido por GALLONE, ORSONI E SALVETTI, é aplicado ao estudo da distribuição espacial e temporal de neutrons térmicos em meios moderadores e multiplicadores com uma fonte de neutrons rápidos de intensidade oscilante no tempo.

É considerado o caso geral de uma fonte de neutrons rápidos punctiforme e periódica no tempo por meio da análise de Fourier e são estudados os casos particulares de pulsos de neutrons rápidos de forma triangular, meia-onda senoidal e retangular produzidos em meios moderadores e multiplicadores esféricos, cilíndricos e paralelepipédicos.

BIBLIOGRAFIA

GALLONE, S., SALVETTI, C. (1950), Nuovo Cimento, 7, 482.
GALLONE, S., SALVETTI, C. (1950), Nuovo Cimento, 7, 626.
GALLONE, S., SALVETTI, C. (1950), Nuovo Cimento, 7, 901.
GALLONE, S., ORSONI, L., SALVETTI, C., (1951), Nuovo Cimento, 8, 960.
MORSE, P. M., FESHBACH, H. (1953), Methods of Theorical Physics (Mc Graw-Hill Book Co., Inc.), 1, 414.